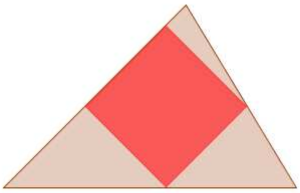
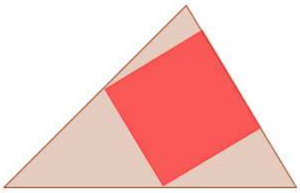
Additum zu 2.2. (Strahlensätze): **Einbeschreibungsaufgaben**

→ klassische Einbeschreibungsaufgaben, vor allem die rechnerische Ermittlung der Seitenlängen/Koordinaten der einbeschriebenen Figur

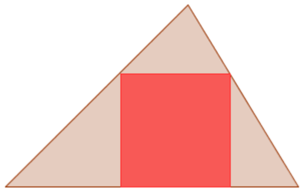
❶ Einem Dreieck soll ein Quadrat einbeschrieben werden. Das bedeutet, dass alle vier Eckpunkte des Quadrats auf den Seiten des Dreiecks liegen. Das kann zum Beispiel so aussehen:



oder so:

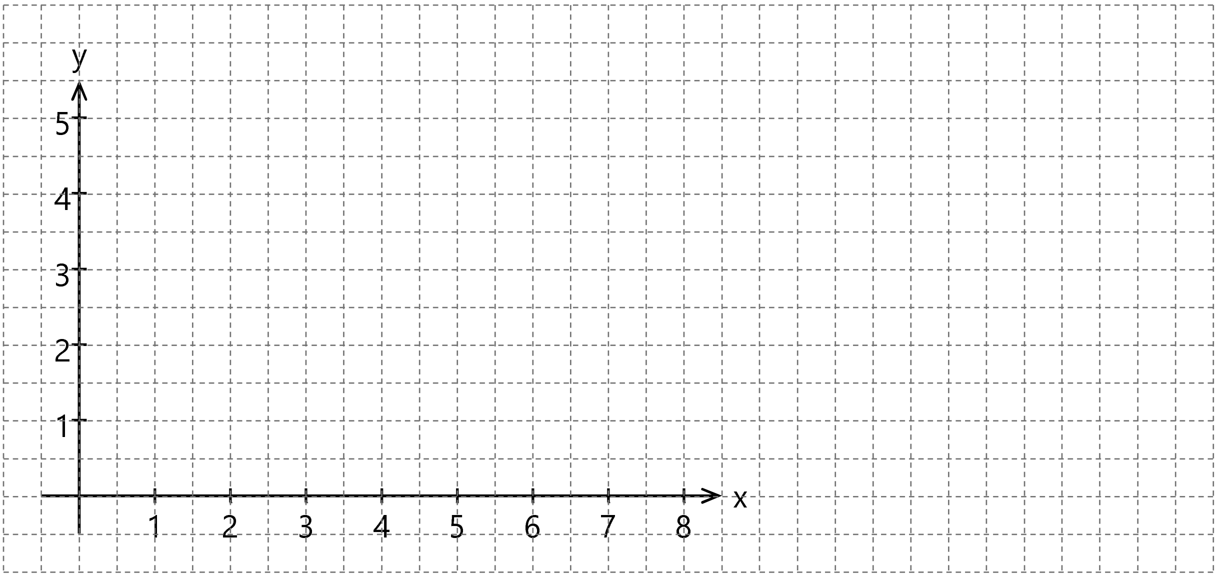


oder so:



Im Folgenden soll dem Dreieck ABC mit A(0 | 0), B(8 | 0) und C(5 | 5) das Quadrat PQRS einbeschrieben werden, wobei die Seite $\overline{PQ}$ des Quadrats auf der Seite $\overline{AB}$ des Dreiecks liegen soll, der Punkt R auf der Seite $\overline{BC}$ und der Punkt S auf $\overline{AC}$.

a) Zeichne das Dreieck ABC und konstruiere das Quadrat PQRS hinein. Wie lang ist eine Seite dieses Quadrats (abmessen)?

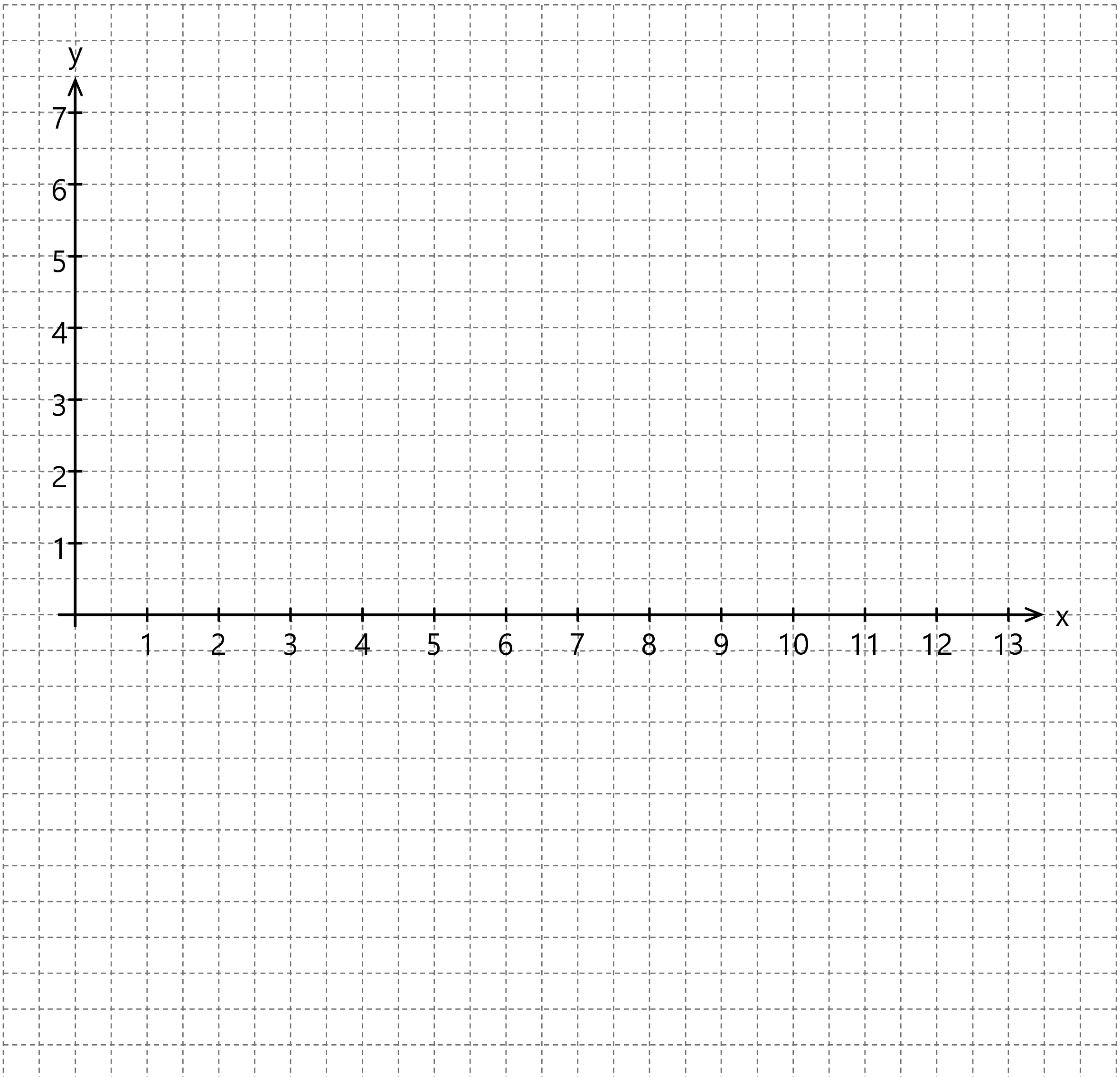


b) Zeichne den Hilfspunkt H(5 | 0) und die Höhe $\overline{HC}$ in das Dreieck ein.
Berechne mithilfe des Strahlensatzes die Seitenlänge des einbeschriebenen Quadrats. Runde das Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma und vergleiche es mit deiner Messung aus Teilaufgabe a).

❷ Dem gleichschenkligen Dreieck ABC mit seinen Eckpunkten A(0|2), B(12|2) und C(6|6) sind Rechtecke $E_nF_nG_nH_n$ einzubeschreiben, für die gilt:

$\overline{E_nF_n} \subset \overline{AB}$, $G_n \in \overline{BC}$ und $H_n \in \overline{AC}$.

a) Zeichne das Dreieck ABC. Beschreibe ihm das Rechteck $E_1F_1G_1H_1$ mit $|\overline{E_1H_1}| = 1$ cm ein und berechne mithilfe des Strahlensatzes die Länge der Strecke $\overline{G_1H_1}$.



b) Die Variable $x \in \mathbb{R}$ sei die Abszisse (der „x-Wert“) der Punkte H_n. Zeige, dass für die Ordinate (den „y-Wert“) der Punkte H_n gilt: $y = \frac{2}{3}x + 2$

☞ *Tipp*: Bedenke, dass die Punkte H_n auf einer Geraden durch A und C „wandern“.

c) Stelle den Flächeninhalt der Rechtecke $E_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von x dar.

[Ergebnis: $A(x) = (8x - \frac{4}{3}x^2)$ FE]

d) Berechne, für welche Belegung von $x \in \mathbb{R}$ der Flächeninhalt der Rechtecke $E_nF_nG_nH_n$ maximal ist und gib den dazu gehörigen Flächeninhalt an.

e) Ermittle zeichnerisch, für welches $x \in \mathbb{R}$ ein Quadrat entsteht. Zeichne dieses in die Zeichnung aus Teilaufgabe a) ein und benenne es mit $E_2F_2G_2H_2$.

Zeige anschließend rechnerisch, dass dieses Quadrat $E_2F_2G_2H_2$ <u>nicht</u> das Viereck mit dem größten Flächeninhalt ist.

Lösungen: d) für $x = 3$ ist $A_{max} = 12$ FE e) für $x = 4{,}5$ ist $E_2F_2G_2H_2$ ein Quadrat und $A_{E_2F_2G_2H_2} = 9$ FE

