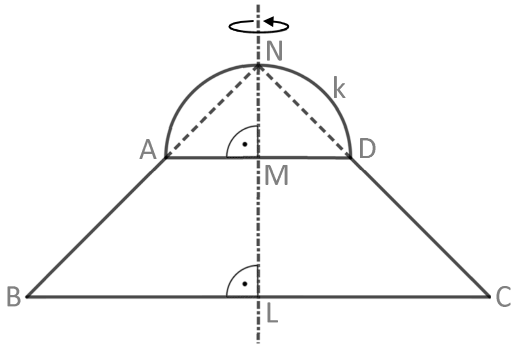
❻

Aufgabe A 3 — Nachtermin 2021

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt eine zu Geraden LN achsensymmetrische Figur, die aus dem gleichschenkligen Trapez ABCD und dem Halbkreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = |\overline{MA}| = |\overline{MD}| = |\overline{MN}|$ besteht.



Es gilt: $|\overline{BC}| = 10$ cm; $|\overline{LM}| = 3$ cm;
$N \in BA$; $N \in CD$; $N \in k$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Begründen Sie, dass gilt: $\sphericalangle AND = 90°$.
Bestimmen Sie sodann den Radius r des Halbkreises k.
[Teilergebnis: r = 2 cm]

Der Punkt N liegt auf dem Thaleskreis über $\overline{AD}$. Somit gilt:
$\sphericalangle AND = 90°$.
$\sphericalangle ANM = 90° : 2 = 45°$

$\tan 45° = \frac{0{,}5 \cdot 10\text{ cm}}{3\text{ cm} + r} \quad | \cdot (3\text{cm} + r)$

$\tan 45° \cdot (3\text{cm} + r) = 5\text{ cm} \quad | : \tan 45°$

$3\text{ cm} + r = \frac{5\text{ cm}}{\tan 45°}$

$3\text{ cm} + r = 5\text{ cm} \quad | - 3\text{ cm}$

$r = 2\text{ cm}$

A 3.2 Durch Rotation der Figur aus A 3.0 um die Achse LN entsteht ein Rotationskörper.
Berechnen Sie dessen **Oberflächeninhalt**.

Idee: $O = A_{Kreis} + M_{Kegelstumpf} + O_{Halbkugel}$

$A_{Kreis} = |\overline{BL}|^2 \cdot \pi = 5^2 \cdot \pi\text{ cm}^2 \approx \underline{78{,}54\text{ cm}^2}$

$M_{Kegelstumpf} = |\overline{BL}| \cdot \pi \cdot |\overline{BN}| - |\overline{AM}| \cdot \pi \cdot |\overline{AN}|$

NR: $\sphericalangle BNL = 0{,}5 \cdot 90° = 45°$

$\sphericalangle LBN = 180° - 90° - 45° = 45°$

$|\overline{LN}| = (3 + 2)\text{ cm} = 5\text{ cm}$

$\sin 45° = \frac{|\overline{LN}|}{|\overline{BN}|}$

$\sin 45° = \frac{5\text{ cm}}{|\overline{BN}|} \quad | \cdot |\overline{BN}| : \sin 45°$

$|\overline{BN}| \approx 7{,}07\text{ cm}$

$|\overline{AN}| \approx \sqrt{2^2 + 2^2}\text{ cm} \approx 2{,}83\text{ cm}$

$M_{Kegelstumpf} = (5 \cdot \pi \cdot 7{,}07 - 2 \cdot \pi \cdot 2{,}83)\text{ cm}^2 \approx \underline{93{,}27\text{ cm}^2}$

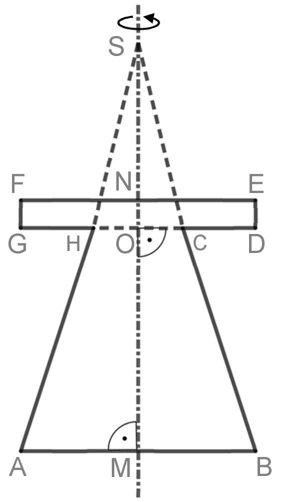
$O_{Halbkugel} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2\text{ cm}^2 = 2 \cdot \pi \cdot 2^2\text{ cm}^2 \approx \underline{25{,}13\text{ cm}^2}$

$O_{gesamt} = (78{,}54 + 93{,}27 + 25{,}13)\text{ cm}^2 = \underline{\underline{196{,}94\text{ cm}^2}}$

❼

Aufgabe A 3 — Haupttermin 2019

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt ABCDEFGH Eines Körpers mit der Rotationsachse MS. Diese Skizze dient als Vorlage zur Herstellung einer Sitzgelegenheit.



Es gilt:

$|\overline{AM}| = |\overline{GO}| = |\overline{FN}| = 21$ cm; AM ∥ GO ∥ FN;
$|\overline{FG}| = 5$ cm; FG ∥ ED;
$\sphericalangle ASM = 16°$; $|\overline{MN}| = 45$ cm.
Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 3.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{MS}$ und $\overline{HC}$.
[Ergebnisse: $|\overline{MS}| = 73{,}2$ cm; $|\overline{HC}| = 19{,}0$ cm]

$\tan 16° = \frac{21 \text{ cm}}{|\overline{MS}|} \quad | \cdot |\overline{MS}|$

$\tan 16° \cdot |\overline{MS}| = 21 \text{ cm} \quad | : \tan 16°$

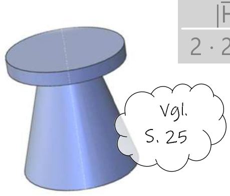
$|\overline{MS}| \approx \underline{73{,}2 \text{ cm}}$

Strahlensatz:

$\frac{|\overline{HC}|}{2 \cdot 21 \text{ cm}} = \frac{33{,}2 \text{ cm}}{73{,}2 \text{ cm}} \quad | \cdot 42 \text{ cm}$

$|\overline{HC}| \approx \underline{19{,}0 \text{ cm}}$

NR: $|\overline{SO}| = |\overline{MS}| - (|\overline{MN}| - |\overline{FG}|)$
$= [73{,}2 - (45 - 5)]$ cm
$= 33{,}2$ cm



A 3.2 Bestimmen Sie rechnerisch den **Oberflächeninhalt O** des Rotationskörpers.

Weitere passende APs:

AP HT 2022 A 1

AP NT 2020 A 3

AP HT 2018 A 3

AP NT 2018 A 3

AP 2016 HT A 3

AP 2016 NT A3

Idee: $O = 2 \cdot A_{Kreis} + M_{Kegelstumpf} + A_{Kreisring} + M_{Zylinder}$

$A_{Kreis} = 21^2 \cdot \pi \text{ cm}^2 \approx \underline{1385{,}44 \text{ cm}^2}$

$M_{Kegelstumpf} = 21 \text{ cm} \cdot \pi \cdot |\overline{AS}| - |\overline{HO}| \cdot \pi \cdot |\overline{HS}|$

NR: $|\overline{AS}| = \sqrt{21^2 + 73{,}2^2} \text{ cm} \approx 76{,}15$ cm

$|\overline{HO}| = 0{,}5 \cdot 19{,}0 \text{ cm} = 9{,}5$ cm

$|\overline{HS}| = \sqrt{9{,}5^2 + 33{,}2^2} \text{ cm} \approx 34{,}53$ cm

$M_{Kegelstumpf} = (21 \cdot \pi \cdot 76{,}15 \text{ cm} - 9{,}5 \cdot \pi \cdot 34{,}53) \text{ cm}^2 \approx \underline{3993{,}33 \text{ cm}^2}$

$A_{Kreisring} = (1385{,}44 - 9{,}5^2 \cdot \pi) \text{ cm}^2 \approx \underline{1101{,}91 \text{ cm}^2}$

$M_{Zylinder} = (2 \cdot 21 \cdot \pi \cdot 5) \text{ cm}^2 \approx \underline{659{,}73 \text{ cm}^2}$

$O_{gesamt} = (2 \cdot 1385{,}44 + 3993{,}33 + 1101{,}91 + 659{,}73) \text{ cm}^2$
$= \underline{8525{,}85 \text{ cm}^2}$