

Inhaltsverzeichnis

Mathematik I

	Seite
Inhaltsverzeichnis	2
Vorwort	3
 Hinweise zur Abschlussprüfung Mathematik I	
Die Struktur der schriftlichen Abschlussprüfung	4
Kompetenzen im Fach Mathematik	6
Operatoren	7
Mathematischer Zeichensatz	9
 Beispiel für eine Abschlussprüfung Mathematik I	
Beispiel für die Gestaltung einer Abschlussprüfung	10
Aufgabengruppe A	
Aufgaben A 1, A 2, A 3.....	11
Aufgabengruppe B	
Aufgaben B 1, B 2	14
Aufgaben B 3, B 4	16
Lösungsmuster zu den Aufgabengruppen A und B	18
Punkteverteilung und Bewertungsschlüssel	35
 Abschlussprüfungen Mathematik I	
Abschlussprüfung 2023 - Aufgabengruppe A.....	38
Abschlussprüfung 2023 - Aufgabengruppe B	42
Abschlussprüfung 2022 - Aufgabengruppe A.....	46
Abschlussprüfung 2022 - Aufgabengruppe B	50
Abschlussprüfung 2021 - Aufgabengruppe A.....	52
Abschlussprüfung 2021 - Aufgabengruppe B	56
Abschlussprüfung 2020 - Aufgabengruppe A	58
Abschlussprüfung 2020 - Aufgabengruppe B	62
Abschlussprüfung 2023 - Lösungsmuster A	64
Abschlussprüfung 2023 - Lösungsmuster B	68
Abschlussprüfung 2022 - Lösungsmuster A	80
Abschlussprüfung 2022 - Lösungsmuster B	87
Abschlussprüfung 2021 - Lösungsmuster A	96
Abschlussprüfung 2021 - Lösungsmuster B	102
Abschlussprüfung 2020 - Lösungsmuster A	111
Abschlussprüfung 2020 - Lösungsmuster B	118
Zeitplaner zur Prüfungsvorbereitung	127

Vorwort

Mathematik I

Liebe Schülerinnen und Schüler,

das Vorbereitungsheft richtet sich an alle, die für die Abschlussprüfung Mathematik I an der Realschule lernen und üben wollen.

Mit dieser Sammlung der aktuellen Prüfungsaufgaben können Sie selbständig und gezielt auf die Abschlussprüfung hinarbeiten. Neben dem erfolgreichen Mitarbeiten im Unterricht wird es wichtig sein, ihre erworbenen Kompetenzen systematisch zu wiederholen und zu festigen. Nutzen Sie das Vorbereitungsheft auch für Ihre Schulaufgaben und Stegreifaufgaben, die Sie in diesem Schuljahr schreiben werden.

Zunächst einige Informationen zum Aufbau des vorliegenden Vorbereitungsheftes:

- Im Abschnitt **Hinweise zur Abschlussprüfung** werden Sie mit dem Aufbau der Abschlussprüfung (ab Schuljahr 2022-23) vertraut gemacht und Sie erhalten Informationen zur Verwendung der Operatoren sowie zum aktuellen Zeichensatz im Fach Mathematik.

Prüfungszeit: 150 Minuten

Prüfungsteil A 30 Minuten taschenrechnerfrei

Prüfungsteil B 120 Minuten 2 kürzere Aufgaben
2 längere Aufgaben

- Ein **Beispiel für eine Abschlussprüfung** zeigt ihnen exemplarisch, welche Anforderungen, Aufgabenstellungen und Prüfungsfragen sie erwarten können.
- Mit der angegebenen **Punkteverteilung** und dem **Bewertungsschlüssel** können Sie Ihre Leistungen in der Vorbereitungszeit genau einschätzen.
- Eine Vielzahl von Aufgaben aus **Abschlussprüfungen** auch aus früheren Jahrgängen bieten Ihnen die Möglichkeit, intensiv prüfungsrelevante Themen zu trainieren.
- Ausführliche **Lösungsmuster** sollen sie auf Ihrem Weg zu eigenständigen Lösungen begleiten.

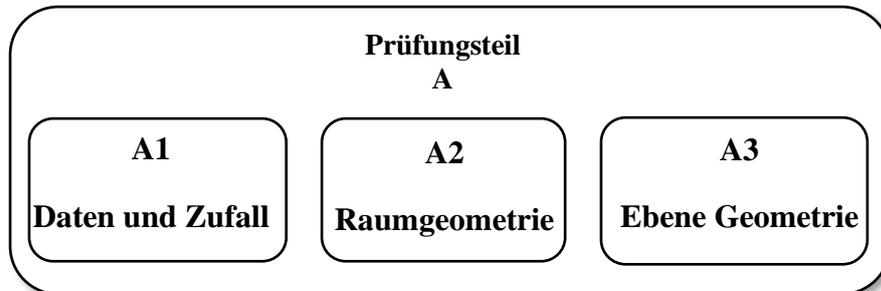
Üben Sie regelmäßig und kontinuierlich mit diesem Vorbereitungsheft. Üben sie planvoll. Nutzen Sie die Idee der Planfiguren, um sicher Lösungswege zu beherrschen. Setzen Sie Farbe ein, um Lösungen und Lösungsideen im Vorbereitungsheft zu markieren. Gestalten Sie dieses Vorbereitungsheft für sich!

Viel Erfolg bei der Abschlussprüfung wünschen Ihnen die Herausgeber.

Beispiel für die Gestaltung einer Abschlussprüfung

Das abgedruckte Beispiel für eine Abschlussprüfung Mathematik I dient lediglich als Veranschaulichung des zugrundeliegenden Konzeptes und gibt Hinweise auf die mögliche Gestaltung der Abschlussprüfung ab dem Jahr 2023.

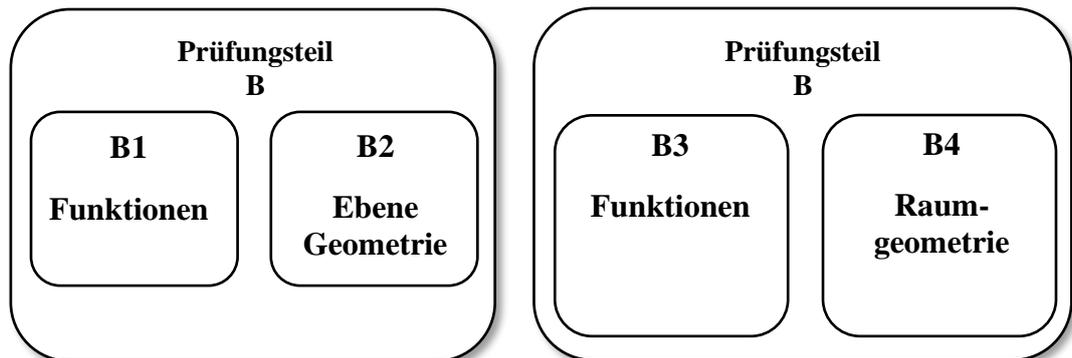
Prüfungsteil A: Ohne Taschenrechner, aber mit Formelsammlung



Prüfungsteil B: Mit Taschenrechner und Formelsammlung

Die beiden kürzeren Aufgaben ...

Die beiden längeren Aufgaben ...



Die getroffene Verteilung der möglichen Prüfungsbereiche auf die verschiedenen Prüfungsteile ist nur für dieses Beispiel gültig. Die konkrete Ausgestaltung der schriftlichen Prüfung sowie die Aufgabenstellungen und Aufgabenformulierungen bei der Abschlussprüfung können variieren.

Für die Auswahl gelten diese Vorgaben:

- Für den Prüfungsteil A und die beiden kurzen Aufgaben B 1, B 2 des Prüfungsteils B sind folgende vier Themenbereiche möglich:

Funktionen	Ebene Geometrie	Raumgeometrie	Daten und Zufall
-------------------	------------------------	----------------------	-------------------------

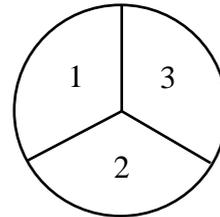
- Für die beiden längeren Aufgaben B 3, B 4 des Prüfungsteils B sind folgende drei Themenbereiche möglich:

Funktionen	Ebene Geometrie	Raumgeometrie
-------------------	------------------------	----------------------

Aufabengruppe A

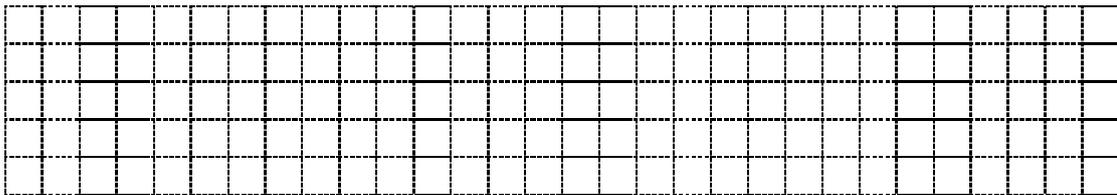
Aufgabe A 1:

A 1.0 Ein Glücksrad besteht aus drei kongruenten Sektoren, die mit den Zahlen von 1 bis 3 beschriftet sind. Es wird dreimal am Glücksrad gedreht.



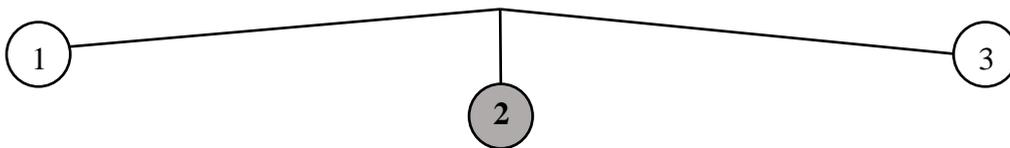
A 1.1 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass genau dreimal die Zahl 1 gedreht wird.

1P



A 1.2 Ergänzen Sie das Baumdiagramm mit allen Pfaden, die sich von der Zahl 2 aus ergeben.

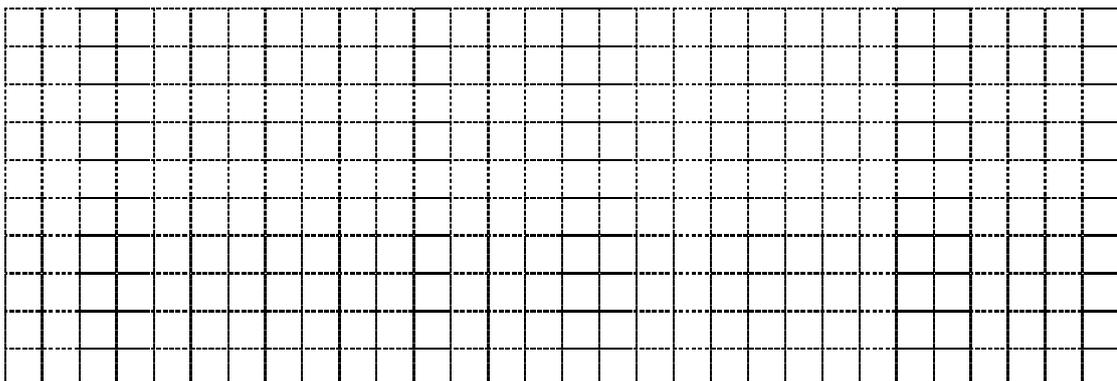
2P



A 1.3 Man erhält einen Gewinn, wenn man bei den drei Drehungen Zahlen erhält, deren Summenwert genau 8 ist.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man diesen Gewinn erhält.

2P



Aufgabengruppe A

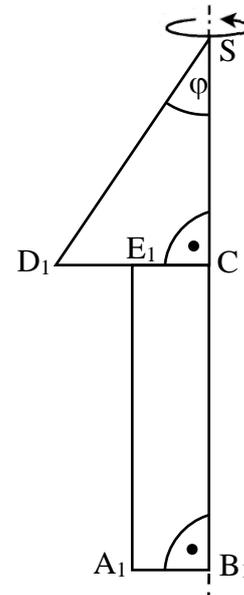
Aufgabe A 2:

- A 2.0 Gegeben sind Fünfecke $A_n B_n S D_n E_n$ mit $\overline{A_n E_n} \parallel \overline{B_n S}$.
 Der Punkt C ist der Fußpunkt der Lote von den
 Punkten D_n auf die Strecken $\overline{B_n S}$.
 Die Punkte E_n sind die Mittelpunkte der Strecken $\overline{C D_n}$.
 Die Winkel $D_n S C$ haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$.

Es gilt:

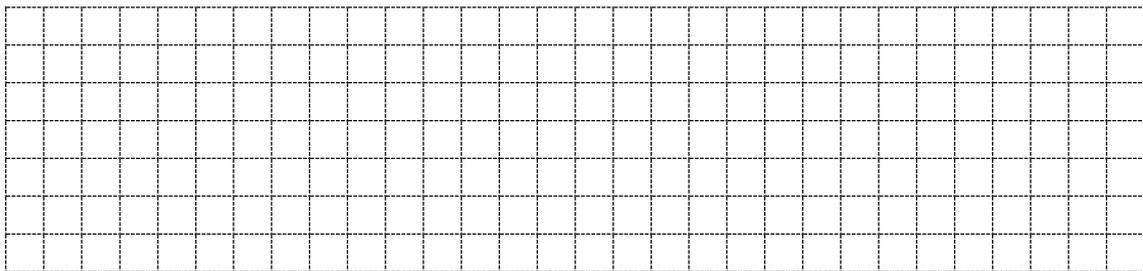
$$\begin{aligned} |\overline{CS}| &= 3 \text{ cm} \\ |\overline{CB_n}| &= 2 \cdot |\overline{CD_n}| \\ \sphericalangle C B_n A_n &= 90^\circ \end{aligned}$$

Die Zeichnung zeigt das Fünfeck $A_1 B_1 S D_1 E_1$ für $\varphi = 34^\circ$.



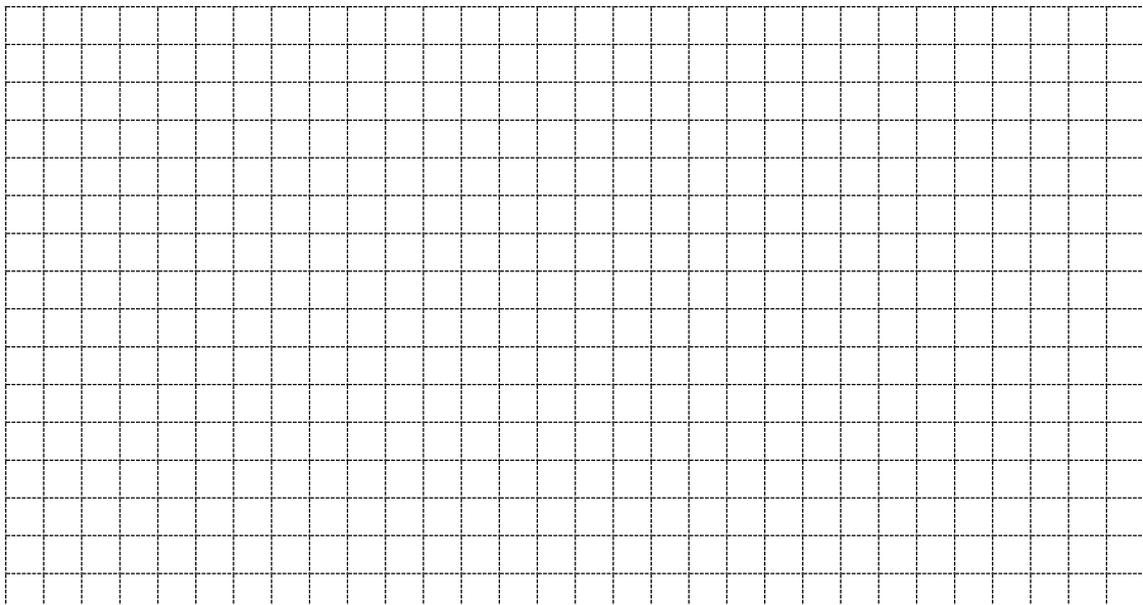
- A 2.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $\overline{C D_n}$ in
 Abhängigkeit von φ gilt: $|\overline{C D_n}|(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$.

1 P



- A 2.2 Die Fünfecke $A_n B_n S D_n E_n$ rotieren um die Achse $B_n S$.
 Berechnen Sie das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit
 von φ .

3 P

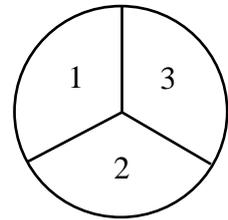


Lösungsmuster - Aufgabengruppe A

Aufgabe A 1: Daten und Zufall

A 1.0 Glücksrad

Ein Glücksrad besteht aus drei kongruenten Sektoren mit den Zahlen 1, 2, 3.
Es wird dreimal am Glücksrad gedreht.

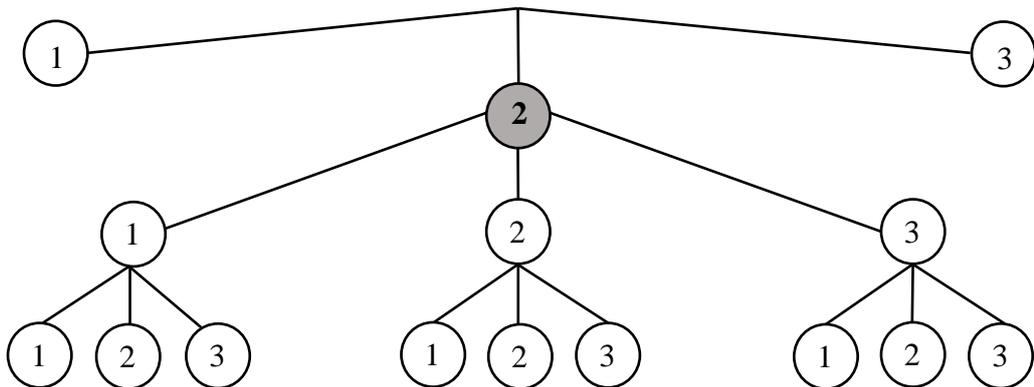


A 1.1 **Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahl 1 genau dreimal gedreht wird.**

Wahrscheinlichkeit bei einer Drehung: $\frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}} = \frac{1}{3}$

Bei dreimaligem Drehen gilt: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

A 1.2 Baumdiagramm mit allen Pfaden, die sich von der Zahl 2 aus ergeben:



A 1.3 **Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man bei den drei Drehungen Zahlen erhält, deren Summenwert genau 8 ist.**

Für diese drei Zahlen ist der Summenwert genau 8: $2 + 3 + 3 = 8$
 $3 + 2 + 3 = 8$
 $3 + 3 + 2 = 8$

Für die Wahrscheinlichkeit gilt: $P(2\ 3\ 3) + P(3\ 2\ 3) + P(3\ 3\ 2) =$
 $\frac{1}{27} + \frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{3}{27}$

Hinweis: Die Angabe des gekürzten Bruches oder die Angabe der zugehörigen Prozentzahl ist ebenfalls gültig.

$$\frac{3}{27} = \frac{1}{9} = 11, \bar{1} \%$$

Lösungsmuster - Aufgabengruppe A

Aufgabe A 2: Raumgeometrie

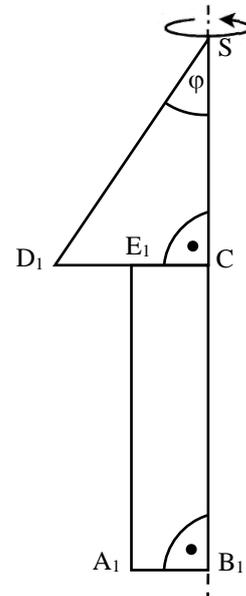
A 2.0 Fünfecke $A_n B_n S D_n E_n$ mit $\overline{A_n E_n} \parallel \overline{B_n S}$.

Der Punkt C ist der Fußpunkt der Lote von den Punkten D_n auf die Strecken $\overline{B_n S}$.

Die Punkte E_n sind die Mittelpunkte der Strecken $\overline{C D_n}$.
Die Winkel $D_n S C$ haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$.

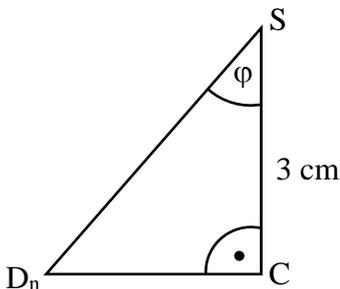
Es gilt:
 $|\overline{CS}| = 3 \text{ cm}$
 $|\overline{C B_n}| = 2 \cdot |\overline{C D_n}|$
 $\sphericalangle C B_n A_n = 90^\circ$

Die Zeichnung zeigt das Fünfeck $A_1 B_1 S D_1 E_1$ für $\varphi = 34^\circ$.



A 2.1 **Berechnung der Länge der Strecken $\overline{C D_n}$ in Abhängigkeit von φ**

Im rechtwinkligen Dreieck $D_n C S$ gilt: $\sphericalangle D_n S C = \varphi$ $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$



$$\tan \varphi = \frac{|\overline{C D_n}|(\varphi)}{|\overline{CS}|}$$

$$|\overline{C D_n}|(\varphi) = |\overline{CS}| \cdot \tan \varphi$$

$$|\overline{C D_n}|(\varphi) = 3 \text{ cm} \cdot \tan \varphi$$

$$|\overline{C D_n}|(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$$

A 2.2 Das Volumen der Rotationskörper setzt sich aus dem Volumen eines Kegels und dem Volumen eines Zylinders zusammen.

Berechnung des Volumens $V_1(\varphi)$ der Zylinder in Abhängigkeit von φ .

$$V_1(\varphi) = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$V_1(\varphi) = |\overline{A_n B_n}|^2(\varphi) \cdot \pi \cdot |\overline{C B_n}|(\varphi)$$

$$V_1(\varphi) = |\overline{A_n B_n}|^2(\varphi) \cdot \pi \cdot 2 \cdot |\overline{C D_n}|(\varphi)$$

$$V_1(\varphi) = (1,5 \cdot \tan \varphi \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 3 \tan \varphi \text{ cm}$$

$$V_1(\varphi) = 2,25 \cdot \pi \cdot \tan^2 \varphi \cdot 6 \tan \varphi \text{ cm}^3$$

$$V_1(\varphi) = 13,5 \cdot \pi \cdot \tan^3 \varphi \text{ cm}^3$$

Die Punkte E_n sind die Mittelpunkte von $\overline{C D_n}$.

$$\begin{aligned} |\overline{E_n C}| &= \frac{|\overline{A_n B_n}|}{2} \\ &= 0,5 \cdot |\overline{C D_n}| \\ &= 0,5 \cdot 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm} \\ &= 1,5 \cdot \tan \varphi \text{ cm} \end{aligned}$$

Berechnung des Volumens $V_2(\varphi)$ der Kegel in Abhängigkeit von φ .

$$V_2(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$V_2(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot |\overline{CD_n}|^2(\varphi) \cdot \pi \cdot |\overline{CS}|$$

$$V_2(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot \tan \varphi \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 3 \text{ cm}$$

$$V_2(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \tan^2 \varphi \cdot \pi \cdot 3 \text{ cm}^3$$

$$V_2(\varphi) = 9 \pi \cdot \tan^2 \varphi \text{ cm}^3$$

Berechnung des Volumens $V(\varphi)$ der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ .

Für das Volumen gilt:

$$V(\varphi) = V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{Kegel}}$$

$$V(\varphi) = V_1(\varphi) + V_2(\varphi) \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$$

$$V(\varphi) = 13,5 \pi \cdot (\tan \varphi)^3 \text{ cm}^3 + 9 \pi \cdot (\tan \varphi)^2 \text{ cm}^3$$

$$V(\varphi) = [13,5 \pi (\tan \varphi)^3 + 9 \pi (\tan \varphi)^2] \text{ cm}^3$$