

# Inhaltsverzeichnis

<b>Punkte</b>	1. Koordinaten eines Punktes .....	6
	2. Pfeilkoordinaten .....	8
	3. Koordinaten von Eckpunkten .....	10
	4. Scheitelpunkt einer Parabel .....	12
	5. Schnittpunkte .....	14
	6. Berührungspunkt - Tangente .....	16
<b>Strecken</b>	7. Länge eines Pfeils .....	18
	8. Vierstreckensatz .....	20
	9. Streckenlängen in Figuren .....	22
	10. Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck .....	24
	11. Berechnungen im beliebigen Dreieck .....	26
	12. Gemischte trigonometrische Berechnungen .....	28
<b>Flächen</b>	13. Flächeninhalt eines Dreiecks .....	30
	14. Flächeninhalt eines Vierecks .....	32
	15. Kreis und Kreisteile .....	34
	16. Flächeninhalt von Figuren .....	36
	17. Umkreis und Inkreis .....	38
<b>Körper</b>	18. Rotationskörper .....	40
	19. Beliebige Rotationskörper .....	42
	20. Schrägbild .....	44
	21. Prisma und Pyramide .....	46
<b>Funktionen</b>	22. Geradengleichung .....	48
	23. Parabelgleichung .....	50
	24. Trägergraph - Ortslinie .....	52
	25. Definitionsmenge - Wertemenge .....	54
	26. Umkehrfunktion .....	56
<b>Funktionale Abhängigkeiten</b>	27.1 Erstellen eines Funktionsterms .....	58
	27.2 Extremwert .....	60
	27.3 Spezieller Wert .....	62
	27.4 Intervalle - Intervallgrenzen .....	64
	27.5 Besondere Formen .....	66
<b>Fragestellungen bei funktionalen Abhängigkeiten</b>	28. Punktkoordinaten - Pfeillänge .....	68
	29. Ein- und Umbeschreibungsaufgaben .....	70
	30. Veränderung der Grundfigur .....	72
	31. Punkte wandern auf Strecken .....	74
	32. Abstand – Minimale Entfernung .....	76
<b>Techniken</b>	Lösen von Gleichungen .....	78
	Wichtige Termumformungen .....	80
<b>Aufgaben</b>	zu: Punkte – Strecken – Flächen – Körper – Funktionen .....	82
	Funktionale Abhängigkeiten – Besondere Fragestellungen	
<b>Praxisorientierte Aufgaben</b>	zu: Punkte – Strecken – Flächen – Körper – Funktionen .....	128
	Funktionale Abhängigkeiten – Besondere Fragestellungen	
	Beispiel für eine Abschlussprüfungsaufgabe .....	142

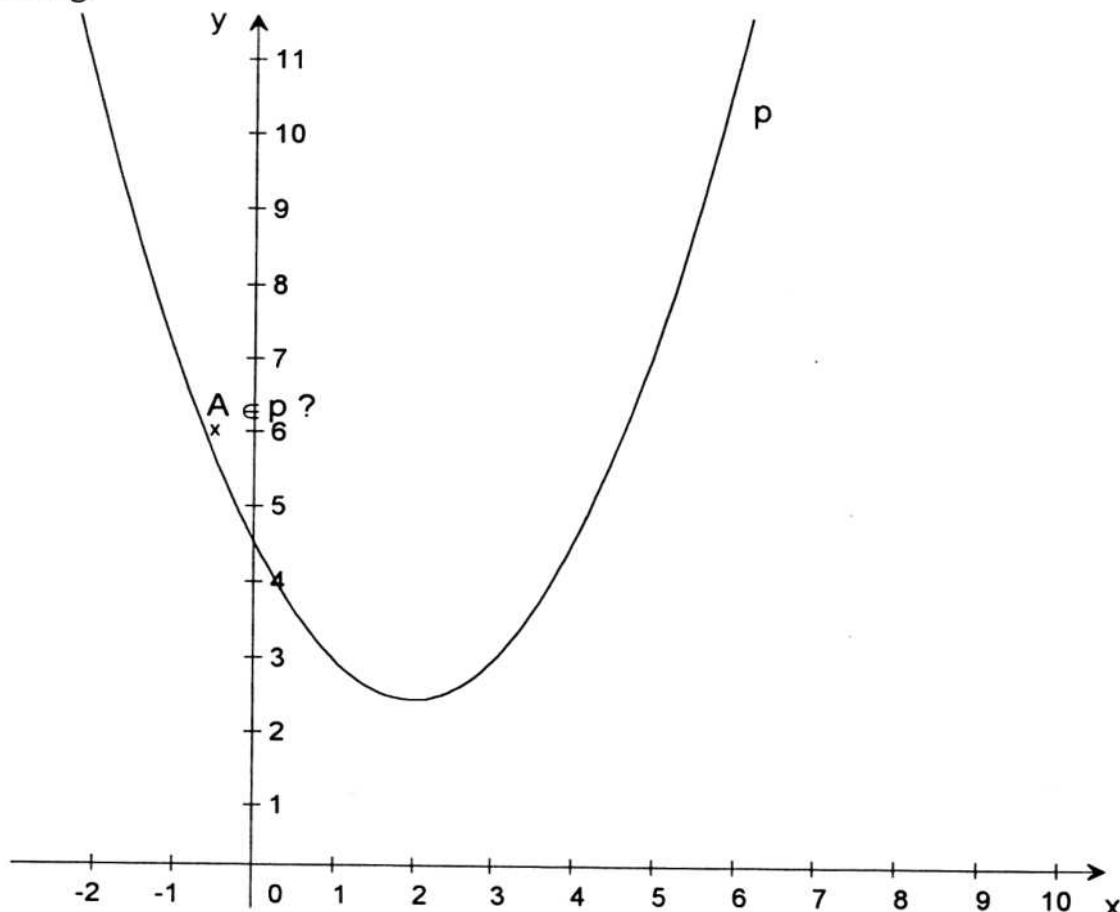
# 1. Koordinaten eines Punktes

- Beispiel:** Die Parabel  $p$  ist der Graph der Funktion  $f$  mit  $y = 0,5x^2 - 2x + 4,5$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ).
- a) Tabellarisieren Sie  $f$  für  $x \in [-2; 6]$  in Schritten von  $\Delta x = 1$ , und zeichnen Sie die Parabel  $p$  in ein Koordinatensystem.  
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-4 \leq x \leq 8$ ;  $-1 \leq y \leq 12$
- b) Prüfen Sie durch Rechnung, ob der Punkt  $A(-0,5 | 6)$  auf der Parabel  $p$  liegt.

a) Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$0,5x^2 - 2x + 4,5$	10,5	7	4,5	3	2,5	3	4,5	7	10,5

Graphische Darstellung:



b)  $A(-0,5 | 6) \in p$  ?

Einsetzen der Koordinaten in die Funktionsgleichung:

$$y = 0,5 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4,5$$

$$6 = 0,5 \cdot (-0,5)^2 - 2 \cdot (-0,5) + 4,5$$

$$6 = 5,625 \quad (f)$$

Der Punkt  $A$  liegt nicht auf der Parabel  $p$ .

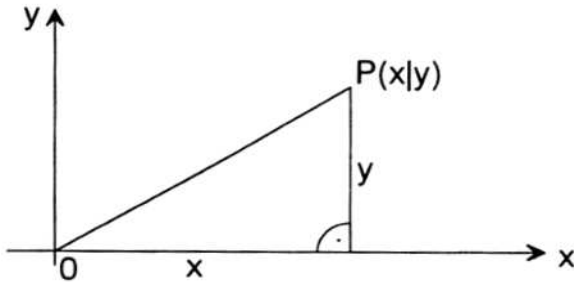
# Merkpunkte ○ ○ ○

Die Lage eines Punktes wird im Koordinatensystem mit Koordinaten bestimmt:

## Kartesische Koordinaten $P(x|y)$

x-Koordinate (Abszisse x)

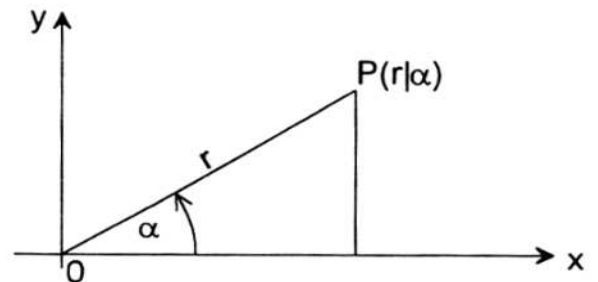
y-Koordinate (Ordinate y)



## Polarkoordinaten $P(r|\alpha)$

Radius r

Neigungswinkel  $\alpha$



Eine Umrechnung der Koordinaten ist möglich:

$$x = r \cdot \cos \alpha$$

$$y = r \cdot \sin \alpha$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

Liegen die Punkte auf einer Linie, so können die y-Koordinaten der Punkte durch eine Funktionsgleichung berechnet werden:

Linie  $\hat{=}$  Gerade:  $Q_n \in g$  mit  $y = x + 1 \iff Q_n(x | x + 1)$

Linie  $\hat{=}$  Parabel:  $P_n \in p$  mit  $y = 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5 \iff P_n(x | 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5)$

Für Punkte  $P_n$  unterhalb des Funktionsgraphen gilt:  $y < 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5$

Für Punkte  $P_n$  oberhalb des Funktionsgraphen gilt:  $y > 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5$

## Berechnung von fehlenden Koordinaten

ges: x-Koordinate

$$Q(x | 5) \in g \text{ mit } y = x + 1:$$

$$\begin{cases} y = 5 \\ \wedge y = x + 1 \end{cases}$$

Gleichsetzen:  $\Rightarrow \begin{aligned} x + 1 &= 5 \\ x &= 4 \end{aligned}$

$$Q(4 | 5) \in g$$

ges: y-Koordinate

$$P(4 | y) \in p \text{ mit } y = 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5$$

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5 \end{aligned}$$

Einsetzen:  $\Rightarrow \begin{aligned} y &= 0,5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + 4,5 \\ y &= 4,5 \end{aligned}$

$$P(4 | 4,5) \in p$$

**Übung:** geg: p mit  $y = -0,25x^2 - 2x + 4,5$

ges: Tabelle für  $x \in [-8; 0]$ ,  $\Delta x = 1$ ;  $A(2 | 9) \in p$  ?

**weitere Aufgaben**

Seite 82

## Aufgaben:

### 1. Koordinaten eines Punktes

1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion  $f$  mit  $y = -0,5x^2 + 8x$  für  $x \in \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14\}$  sowie die Funktion  $f'$  mit  $y = 0,25x^2 - 1,5x + 1,25$  für  $x \in [-2; 8]$  mit  $\Delta x = 1$ .

1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, ob die Punkte  $P(2 | 4)$  und  $Q(4 | -1)$  auf dem Graphen der Funktion  $f$  mit  $y = -x^2 + 4x - 1$  liegen.

1.3 Welche Polarkoordinaten haben die Punkte  $P(3 | 4)$  und  $Q(-4 | -3)$ ?

1.4 Welche Kartesischen Koordinaten haben die Punkte  $P(2 | 40^\circ)$  und  $Q(4 | 200^\circ)$ ?

1.5 Ergänzen Sie die fehlenden Koordinaten:

x		-1,5		4,2
$0,5x - 3$	-5		-1,5	

1.6 Auf der Parabel  $p$  mit  $y = 2x^2 - 3x + 1$  liegen die Eckpunkte  $A, B, C$  eines Dreiecks  $ABC$ . Ergänzen Sie die Koordinaten der Eckpunkte  $A(-2 | \dots)$ ,  $B(1 | \dots)$  und  $C(\dots | 1)$ .

1.7 Die Punkte  $A_n$  auf dem Graphen zu  $f$  mit  $y = -x^2 - 2x$  und Punkte  $B_n$  auf dem Graphen zu  $g$  mit  $y = -0,5x + 3$  sind die Endpunkte von Strecken  $[A_n B_n]$ . Dabei ist die Abszisse der Punkte  $B_n$  stets um 2 kleiner als die Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$ . Zeichnen Sie für  $A_1(-1 | y)$  und für  $B_2(-1,5 | y)$  die zugehörigen Strecken in ein Koordinatensystem.

1.8 Die Punkte  $C_n$  liegen auf der Parabel  $p$  mit  $y = -x^2 + 2x + 7$  und bilden mit den Punkten  $A(-4 | 3)$  und  $B(-2 | -1)$  Dreiecke  $ABC_n$ . Ermitteln Sie für  $x_1 = 1$  und  $x_2 = 3$  die Koordinaten der zugehörigen Eckpunkte  $C_1$  und  $C_2$ .

1.9 Gegeben sind die Punkte  $A(-2 | 2)$ ;  $B(-1,5 | 2)$ ;  $C(0,1 | -0,2)$ ;  $D(1 | -2)$ ;  $E(2 | 4)$ .

- Welche der angegebenen Punkte liegen auf der Geraden  $g$  mit  $y = -2x - 1$ ?
- Welche der genannten Punkte liegen unterhalb der Geraden  $g$ ?

1.10 Zeichnen Sie die Punkte mit folgender Eigenschaft:  $y \leq -x^2 + 4 \wedge y \geq 0$

# Lösungen zu 1. Koordinaten von Punkten

1.1 Tabelle für f:

x	0	2	4	6	8	10	12	14
$-0,5x^2 + 8x$	0	14	24	30	32	30	24	14

Tabelle für f' mit  $y = 0,25x^2 - 1,5x + 1,25$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	5,25	3	1,25	0	-0,75	-1	-0,75	0	1,25	3	5,25

1.2  $P(2|4) \in f$  mit  $y = -x^2 + 4x - 1$ :  $4 = -2^2 + 4 \cdot 2 - 1$ ;  $4 = 3(f)$ ;  $P \notin f$   
 $Q(4|-1) \in f$  mit  $y = -x^2 + 4x - 1$ :  $-1 = -4^2 + 4 \cdot 4 - 1$ ;  $-1 = -1(w)$ ;  $Q \in f$

1.3  $P(3|4)$ ;  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ ;  $P(5|53,13^\circ)$

$Q(-4|-3)$ ;  $\tan \alpha = \frac{-3}{-4}$ ;  $Q(5|216,87^\circ)$

1.4 P:  $x = 2 \cdot \cos 40^\circ = 1,53$ ;  $y = 2 \cdot \sin 40^\circ = 1,29$

$P(1,53|1,29)$

Q:  $x = 4 \cdot \cos 200^\circ = -3,76$ ;  $y = 4 \cdot \sin 200^\circ = -1,37$

$Q(-3,76|-1,37)$

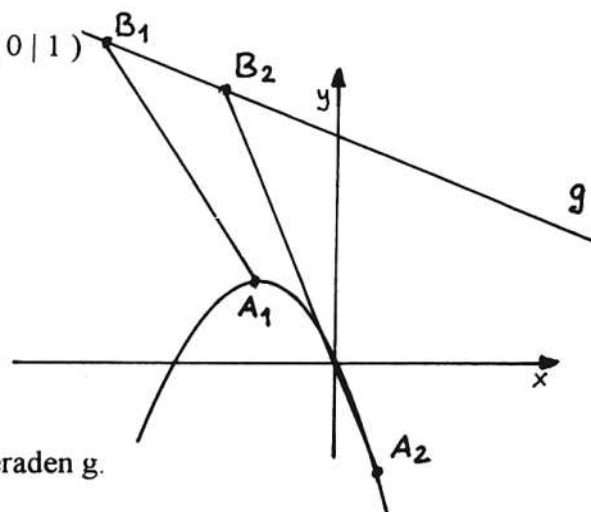
1.5 Tabelle:

x	-4	-1,5	3	4,2
$0,5x - 3$	-5	-3,75	-1,5	-0,9

1.6  $A(-2|15)$ ;  $B(1|0)$ ;  $C(1,5|1)$ ;  $C(0|1)$

1.7  $A_1(-1|1)$ ;  $B_1(-3|4,5)$

$A_2(0,5|-1,25)$ ;  $B_2(-1,5|3,75)$



1.8  $C_1(1|8)$ ;  $C_2(3|4)$

1.9 a) Der Punkt B liegt auf der Geraden g.

b) Die Punkte A und E liegen unterhalb der Geraden g.

1.10 Skizze:

