

Inhaltsverzeichnis

Punkte	1. Koordinaten eines Punktes	6
	2. Pfeilkoordinaten	8
	3. Koordinaten von Eckpunkten	10
	4. Scheitelpunkt einer Parabel	12
	5. Schnittpunkte	14
	6. Berührungspunkt - Tangente	16
Strecken	7. Länge eines Pfeils	18
	8. Vierstreckensatz	20
	9. Streckenlängen in Figuren	22
	10. Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck	24
	11. Berechnungen im beliebigen Dreieck	26
	12. Gemischte trigonometrische Berechnungen	28
Flächen	13. Flächeninhalt eines Dreiecks	30
	14. Flächeninhalt eines Vierecks	32
	15. Kreis und Kreisteile	34
	16. Flächeninhalt von Figuren	36
	17. Umkreis und Inkreis	38
Körper	18. Rotationskörper	40
	19. Beliebige Rotationskörper	42
	20. Schrägbild	44
	21. Prisma und Pyramide	46
Funktionen	22. Geradengleichung	48
	23. Parabelgleichung	50
	24. Trägergraph - Ortslinie	52
	25. Definitionsmenge - Wertemenge	54
	26. Umkehrfunktion	56
Funktionale Abhängigkeiten	27.1 Erstellen eines Funktionsterms	58
	27.2 Extremwert	60
	27.3 Spezieller Wert	62
	27.4 Intervalle - Intervallgrenzen	64
	27.5 Besondere Formen	66
Fragestellungen bei funktionalen Abhängigkeiten	28. Punktkoordinaten - Pfeillänge	68
	29. Ein- und Umbeschreibungsaufgaben	70
	30. Veränderung der Grundfigur	72
	31. Punkte wandern auf Strecken	74
	32. Abstand – Minimale Entfernung	76
Techniken	Lösen von Gleichungen	78
	Wichtige Termumformungen	80
Aufgaben	zu: Punkte – Strecken – Flächen – Körper – Funktionen	82
	Funktionale Abhängigkeiten – Besondere Fragestellungen	
Praxisorientierte Aufgaben	zu: Punkte – Strecken – Flächen – Körper – Funktionen	128
	Funktionale Abhängigkeiten – Besondere Fragestellungen	
	Beispiel für eine Abschlussprüfungsaufgabe	142

1. Koordinaten eines Punktes

Beispiel: Die Parabel p ist der Graph der Funktion f mit $y = 0,5x^2 - 2x + 4,5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

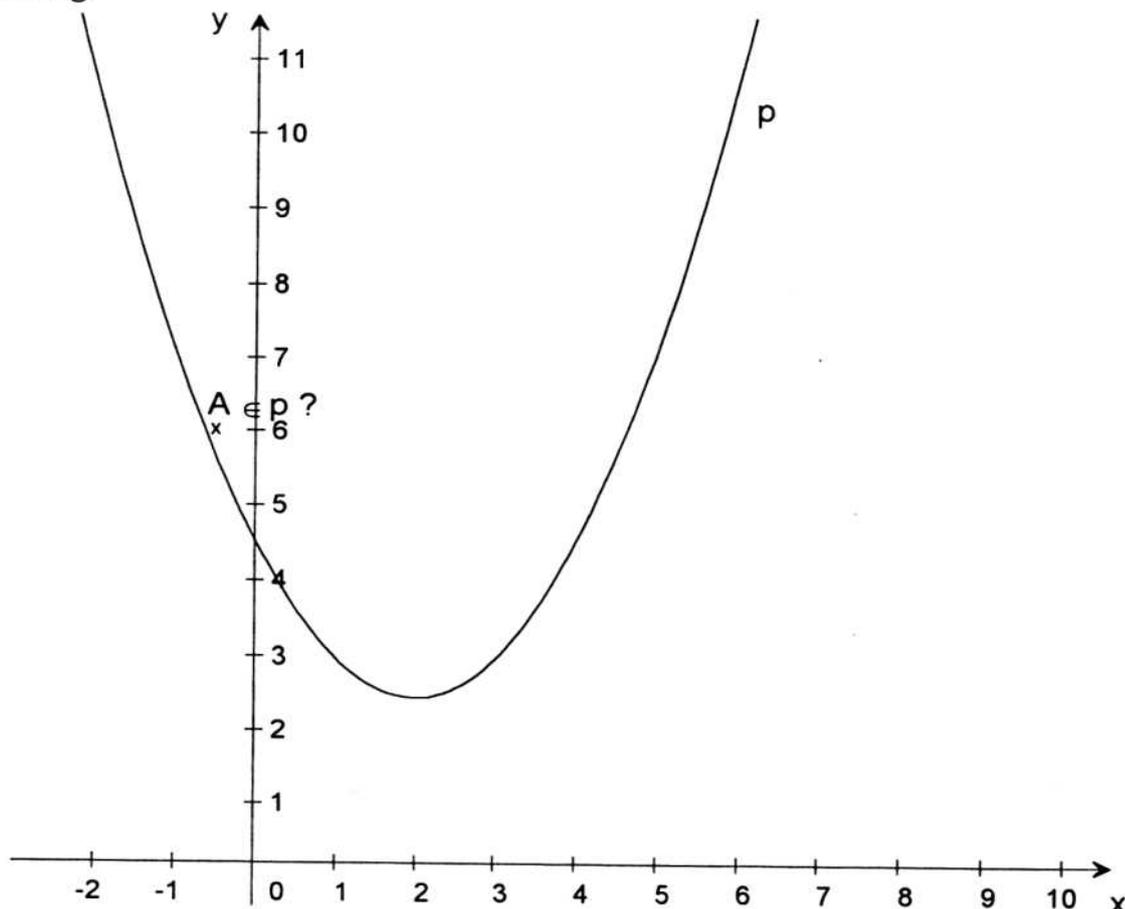
a) Tabellarisieren Sie f für $x \in [-2; 6]$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm ; $-4 \leq x \leq 8$; $-1 \leq y \leq 12$

b) Prüfen Sie durch Rechnung, ob der Punkt $A(-0,5 | 6)$ auf der Parabel p liegt.

a) Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$0,5x^2 - 2x + 4,5$	10,5	7	4,5	3	2,5	3	4,5	7	10,5

Graphische Darstellung:



b) $A(-0,5 | 6) \in p$?

Einsetzen der Koordinaten in die Funktionsgleichung:

$$y = 0,5 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4,5$$

$$6 = 0,5 \cdot (-0,5)^2 - 2 \cdot (-0,5) + 4,5$$

$$6 = 5,625 \quad (f)$$

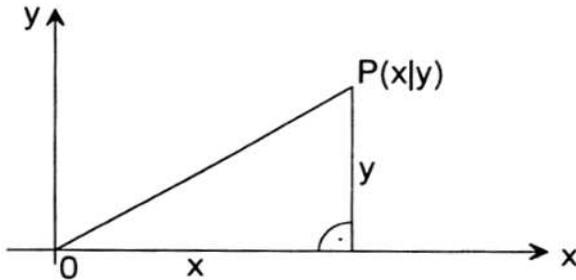
Der Punkt A liegt nicht auf der Parabel p .

Merkpunkte ○ ○ ○

Die Lage eines Punktes wird im Koordinatensystem mit Koordinaten bestimmt:

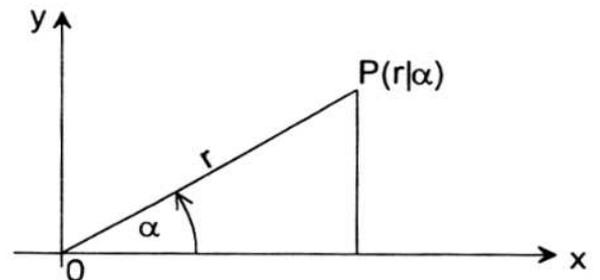
Kartesische Koordinaten $P(x|y)$

x-Koordinate (Abszisse x)
y-Koordinate (Ordinate y)



Polarkoordinaten $P(r|\alpha)$

Radius r
Neigungswinkel α



Eine Umrechnung der Koordinaten ist möglich:

$$x = r \cdot \cos \alpha$$

$$y = r \cdot \sin \alpha$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

Liegen die Punkte auf einer Linie, so können die y-Koordinaten der Punkte durch eine Funktionsgleichung berechnet werden:

Linie $\hat{=}$ Gerade: $Q_n \in g$ mit $y = x + 1 \iff Q_n(x | x + 1)$

Linie $\hat{=}$ Parabel: $P_n \in p$ mit $y = 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5 \iff P_n(x | 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5)$

Für Punkte P_n unterhalb des Funktionsgraphen gilt: $y < 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5$

Für Punkte P_n oberhalb des Funktionsgraphen gilt: $y > 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5$

Berechnung von fehlenden Koordinaten

ges: x-Koordinate

$$Q(x | 5) \in g \text{ mit } y = x + 1:$$

$$\begin{cases} y = 5 \\ \wedge y = x + 1 \end{cases}$$

Gleichsetzen: $\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 5 \\ x = 4 \end{cases}$

$$Q(4 | 5) \in g$$

ges: y-Koordinate

$$P(4 | y) \in p \text{ mit } y = 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 0,5 \cdot x^2 - 2x + 4,5 \end{cases}$$

Einsetzen: $\Rightarrow \begin{cases} y = 0,5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + 4,5 \\ y = 4,5 \end{cases}$

$$P(4 | 4,5) \in p$$

Übung: geg: p mit $y = -0,25x^2 - 2x + 4,5$

ges: Tabelle für $x \in [-8; 0]$, $\Delta x = 1$; $A(2 | 9) \in p$?

weitere Aufgaben

Seite 82

Aufgaben:

1. Koordinaten eines Punktes

1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f mit $y = -0,5x^2 + 8x$ für $x \in \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14\}$ sowie die Funktion f' mit $y = 0,25x^2 - 1,5x + 1,25$ für $x \in [-2; 8]$ mit $\Delta x = 1$.

1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, ob die Punkte $P(2 | 4)$ und $Q(4 | -1)$ auf dem Graphen der Funktion f mit $y = -x^2 + 4x - 1$ liegen.

1.3 Welche Polarkoordinaten haben die Punkte $P(3 | 4)$ und $Q(-4 | -3)$?

1.4 Welche Kartesischen Koordinaten haben die Punkte $P(2 | 40^\circ)$ und $Q(4 | 200^\circ)$?

1.5 Ergänzen Sie die fehlenden Koordinaten:

x		-1,5		4,2
$0,5x - 3$	-5		-1,5	

1.6 Auf der Parabel p mit $y = 2x^2 - 3x + 1$ liegen die Eckpunkte A, B, C eines Dreiecks ABC . Ergänzen Sie die Koordinaten der Eckpunkte $A(-2 | \dots)$, $B(1 | \dots)$ und $C(\dots | 1)$.

1.7 Die Punkte A_n auf dem Graphen zu f mit $y = -x^2 - 2x$ und Punkte B_n auf dem Graphen zu g mit $y = -0,5x + 3$ sind die Endpunkte von Strecken $[A_n B_n]$. Dabei ist die Abszisse der Punkte B_n stets um 2 kleiner als die Abszisse x der Punkte A_n . Zeichnen Sie für $A_1(-1 | y)$ und für $B_2(-1,5 | y)$ die zugehörigen Strecken in ein Koordinatensystem.

1.8 Die Punkte C_n liegen auf der Parabel p mit $y = -x^2 + 2x + 7$ und bilden mit den Punkten $A(-4 | 3)$ und $B(-2 | -1)$ Dreiecke ABC_n . Ermitteln Sie für $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ die Koordinaten der zugehörigen Eckpunkte C_1 und C_2 .

1.9 Gegeben sind die Punkte $A(-2 | 2)$; $B(-1,5 | 2)$; $C(0,1 | -0,2)$; $D(1 | -2)$; $E(2 | 4)$.

- Welche der angegebenen Punkte liegen auf der Geraden g mit $y = -2x - 1$?
- Welche der genannten Punkte liegen unterhalb der Geraden g ?

1.10 Zeichnen Sie die Punkte mit folgender Eigenschaft: $y \leq -x^2 + 4 \wedge y \geq 0$

Lösungen zu 1. Koordinaten von Punkten

1.1 Tabelle für f:

x	0	2	4	6	8	10	12	14
$-0,5x^2 + 8x$	0	14	24	30	32	30	24	14

Tabelle für f' mit $y = 0,25x^2 - 1,5x + 1,25$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	5,25	3	1,25	0	-0,75	-1	-0,75	0	1,25	3	5,25

1.2 $P(2|4) \in f$ mit $y = -x^2 + 4x - 1$: $4 = -2^2 + 4 \cdot 2 - 1$; $4 = 3(f)$; $P \notin f$
 $Q(4|-1) \in f$ mit $y = -x^2 + 4x - 1$: $-1 = -4^2 + 4 \cdot 4 - 1$; $-1 = -1(w)$; $Q \in f$

1.3 $P(3|4)$; $\tan \alpha = \frac{4}{3}$; $P(5|53,13^\circ)$

$Q(-4|-3)$; $\tan \alpha = \frac{-3}{-4}$; $Q(5|216,87^\circ)$

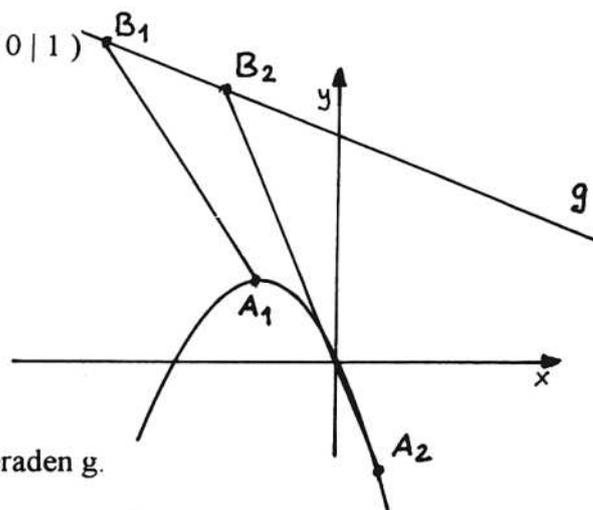
1.4 P: $x = 2 \cdot \cos 40^\circ = 1,53$; $y = 2 \cdot \sin 40^\circ = 1,29$ $P(1,53|1,29)$
 Q: $x = 4 \cdot \cos 200^\circ = -3,76$; $y = 4 \cdot \sin 200^\circ = -1,37$ $Q(-3,76|-1,37)$

1.5 Tabelle:

x	-4	-1,5	3	4,2
$0,5x - 3$	-5	-3,75	-1,5	-0,9

1.6 $A(-2|15)$; $B(1|0)$; $C(1,5|1)$; $C(0|1)$

1.7 $A_1(-1|1)$; $B_1(-3|4,5)$
 $A_2(0,5|-1,25)$; $B_2(-1,5|3,75)$



1.8 $C_1(1|8)$; $C_2(3|4)$

1.9 a) Der Punkt B liegt auf der Geraden g.
 b) Die Punkte A und E liegen unterhalb der Geraden g.

1.10 Skizze:

